

# Formulação Variacional dos Métodos Nodais na Teoria de Transporte

## Rubén Panta Pazos

Departamento de Matemática, UNISC,  
Av. Independência 2293, CEP 96815-900, Santa Cruz do Sul, RS.  
E-mail: [rpp@impa.br](mailto:rpp@impa.br), [rpazos@unisc.br](mailto:rpazos@unisc.br)

## **Eliete Biasotto Hauser**

Faculdade de Matemática – PUCRS,  
Av. Ipiranga 6681, CEP 90619-900, Porto Alegre, RS.  
E-mail: [eliete@pucrs.br](mailto:eliete@pucrs.br)

A formulação variacional na teoria de transporte para diferentes problemas tem sido aplicada com sucesso. Em 1961 V. S. Vladimirov <sup>2</sup> formulou para a aproximação  $P_N$  (com  $N$  ímpar) condições de fronteira homogêneas que correspondem a uma irradiação nula desde o exterior, o que garante que a aproximação  $P_N$  é simetrizável quando o núcleo de espalhamento e a função fonte são funções pares em relação a  $v$ . O passo imediato foi a geração do funcional de Vladimirov e a formulação variacional do problema de harmônicos esféricos.

Além disso, para problemas estacionários (e também dependente do tempo) tem-se obtido resultados concordantes entre os métodos deterministas de ordenadas discretas, de elementos finitos variacional e o método de Monte Carlo. Isto pode conferir-se nos trabalhos de Oliveira <sup>1, 4, 5</sup>, Wood, Issa, Riyait, Goddard e Stott. De outro lado, os métodos variacionais podem ser empregados para estabelecer o bom comportamento dos métodos residuais ponderados <sup>1</sup>.

Vilhena e seus colaboradores <sup>8, 9</sup> reportaram uma solução analítica à equação de transporte das aproximações nodais em ordenadas discretas sobre um domínio convexo. A chave mestra destes trabalhos foi a combinação do método de colocação angular e o enfoque nodal nas variáveis espaciais. Por método nodal entende-se integração transversal das equações  $S_N$ . O sistema de equações resultante é resolvido aplicando o método  $LTS_N$ , que consiste em aplicar a transformada de Laplace às equações  $S_N$ . Assim, é obtido um sistema linear que se resolve mediante computação simbólica <sup>6</sup>.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: os princípios básicos do enfoque variacional são expostos visando dar uma introdução <sup>3, 7</sup>. Depois se esboça o método Nodal- $S_N$  para o problema  $S_N$  estacionário bidimensional num domínio convexo. De imediato, estabelecendo o funcional apropriado, se dá a formulação variacional do problema. Finalmente são fornecidas algumas extensões.

## Referências

1. Ackroyd R. T. and de Oliveira C. R. E., *A Variational Treatment for the Time Dependent Boltzmann Equation as a Basis for Numerical Solutions Conserving Neutrons*, Progress in Nuclear Energy, **30**, n. 4, pp 417-465, (1996).
2. Agoshkov V. I and Smelov V. V., *Variational Forms of Problems in Transport Theory*, in Problems of Computational and Mathematical Modelling (edited by Marchuk and Dymnikov), pp. 58-83, Mir Publishers, Moscow, (1985).
3. Blanchard P. and Brüning E., *Variational Methods in Mathematical Physics, a Unified Approach*, Springer Verlag, New York, (1992).
4. Goddard A. J. H. and Williams M. M. R. (editors), *Finite Element and Allied Methods*, Proceeding of the International Seminar on Finite Element and Allied Methods for Reactor Physics and Shielding Calculations, Progress in Nuclear Energy, **18**, (1986).
5. Goddard A. J. H. and Williams M. M. R. (editors), *Finite Element and Allied Methods*, Proceeding of the International Seminar on Finite Element and Allied Methods for Reactor Physics and Shielding Calculations, Progress in Nuclear Energy, **18**, (1986).
6. Hauser, E. B., *Formulação  $LTS_N$  bidimensional para o Problema de Ordenadas Discretas com Elevada Quadratura*, Seleta do XXII CNMAC, Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, vol **1**, pp 111-123, SBMAC, Brazil, (2000).
7. Struwe M., *Variational Methods, applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems*, Springer Verlag, Berlin, (1990).
8. Zabadal J.R., Vilhena M.T. and Barichello L.B., *Solution for Two-dimensional One Group Discrete Ordinates Problem by the  $LTS_N$  Method*, Annals of Nuclear Energy, **22**(2), pp 131-134, (1995).
9. Zabadal J.R., Vilhena M.T. and Barichello L.B., *An Analytical Solution for the Two-dimensional Discrete Ordinates Problem in a Convex Domain*, Progress in Nuclear Energy, **31**, pp 325 (1997).