

# Bacias Geradas pelo Método de Newton

**Gabriela Wehr, Douglas Faccin**

Instituto de Matemática, UFRGS,  
Av Bento Gonçalves 9500,  
CEP 91509-900, Porto Alegre, RS.

E-mail: [gabyw@terra.com.br](mailto:gabyw@terra.com.br) , [DouglasFaccin@yahoo.com.br](mailto:DouglasFaccin@yahoo.com.br)

**Rubén Panta Pazos**

UNISC – Departamento de Matemática,  
Av Independência, 2293, Bairro Universitário,  
CEP 96815-900, Santa Cruz do Sul, RS.

Telefone: (51) 37177384

E-mail: [rpp@impa.br](mailto:rpp@impa.br) , [rpazos@unisc.br](mailto:rpazos@unisc.br)

O método de Newton-Raphson para achar raízes de equações não lineares reproduz resultados e imagens especiais quando aplicado às funções de variável complexa <sup>2</sup>. As propriedades fractais do método de Newton para determinar raízes complexas foram descobertas por John Hubbard <sup>1</sup>.

O método de Newton-Raphson para uma equação não linear real gera uma seqüência de pontos no eixo das abscissas que se aproxima em forma muito rápida a uma solução, a partir de um valor inicial dado, desde que sejam verificadas determinadas condições. Uma bacia de Newton é um conjunto de valores iniciais que converge a uma das soluções da equação dada.

O Teorema Fundamental de Álgebra garante que todo polinômio de grau  $n$  possui exatamente  $n$  raízes complexas. O problema será determinar a raiz na qual vai convergir a seqüência gerada pelo método de Newton a partir de um valor inicial dado. Então as bacias de Newton representam um papel de destaque no plano complexo.

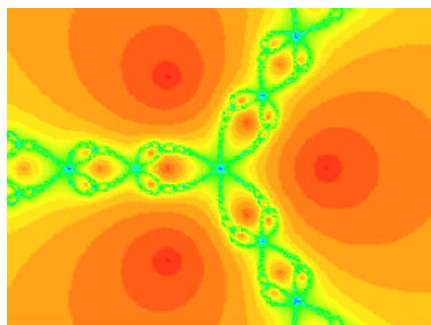


Figura 1: Bacias de Newton para  $z^3 - 1 = 0$ .

Para as raízes de funções não transcendentas, as bacias de Newton podem ter uma conformação muito diferente. Por exemplo, as bacias de Newton da equação polinomial  $z^n - 1 = 0$  tem uma estrutura com simetria radial no plano complexo, mas a bacia de Newton para a única raiz de  $\cos(z) - z = 0$  só é simétrica em relação ao eixo real.

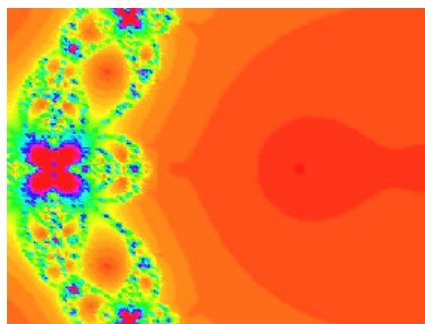


Figura 2: Bacia de Newton para  $\cos(z) = z$ .

Seguimos a seguinte ordem neste trabalho: primeiro são estabelecidas considerações gerais sobre o método de Newton-Raphson. Após se estuda o conceito de bacia de Newton sob o ponto de vista dos sistemas dinâmicos. Finalmente, damos resultados de diagramas de bacias de Newton de algumas equações de áreas tão diferentes, como da mecânica dos materiais <sup>4</sup> ou da matemática financeira <sup>3</sup>.

## Referências

- [1] Alexander F. Walz, *Maple V Fractals Newton*, [www.math.utsa.edu/mirrors/maple/mfnw.html](http://www.math.utsa.edu/mirrors/maple/mfnw.html) , USA, 1999.
- [2] David E. Joyce, *Newton Basins*, Clark University, [aleph0.clarku.edu/~djoyce/newton/newton.html](http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/newton/newton.html) , USA, 1997.
- [3] Eduardo Parente. e Roberto Caribe, *Matemática Comercial & Financeira*, FTD, São Paulo, 1996
- [4] Igor Karnovsky and Olga Lebed, *Free Vibrations of Beams and Frames: Eigenvalues and Eigenfunctions*, McGraw-Hill Professional, USA, 2004.